NOVEMBER/DECEMBER 2024

23UEMA20C — MATHEMATICS II

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE
LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Define curl of F.
   சுருள் F யை வரையறுக்கவும்.

2. Prove that $\nabla \times r = 0$.
   $\nabla \times r = 0$ என நிரூபி.

3. State Green's theorem (In Plane).
   கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதவும்.

4. Define volume integral.
   தொகையீட்டலின் கன அளவை வரையறுக்கவும்.

5. Define particular integral.
   சிறப்புத் தொகையீட்டலை வரையறுக்கவும்.

6. Eliminate a and b from $z = (x+a)(y+b)$.
   $z = (x+a)(y+b)$ -ல் a மற்றும் b யை நீக்குக.

7. Define Laplace transform.

லேப்லாஸின் உருமாற்றத்தை வரையறுக்கவும்.

8. Find $L(t^2)$.

$L(t^2)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

9. Define inverse transform.

நேர்மாறு உருமாற்றத்தை வரையறுக்கவும்.

10. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If $v = w \times r$, prove that $w = \frac{1}{2} curl\, v$, where w is a constant vector and r the position vector.

$v = w \times r$, w என்பது மாறிலி வெக்டர் மற்றும் r என்பது நிலை வெக்டர் எனில் $w = \frac{1}{2} curl\, v$ என நிரூபிக்கவும்.

Or

19. Prove that $L(t^n) = \frac{n!}{s^n + 1}$ where n is a positive integer.

n என்பது மிகை முழுக்கள் எனில் $L(t^n) = \frac{n!}{s^n + 1}$ என நிரூபிக்கவும்.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

20. Solve the equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 13y = 2e^{-x}$, given $y = 0, \frac{dy}{dx} = -1$ when $x = 0$.

$x = 0$ ஆக இருக்கும்பொழுது $y = 0, \frac{dy}{dx} = -1$ எனில் $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 13y = 2e^{-x}$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

(b) Find $curl(curl\ F)$.

$curl(curl\ F)$ ன் மதிப்பைக் காணவும்.

12. (a) Show that if $F = x^3i + y^3j + z^3k$, $\iint_s F \cdot n ds = \frac{12}{5}\pi a^5$, where s is a sphere of radius a.

$F = x^3i + y^3j + z^3k$, எனில் $\iint_s F \cdot n ds = \frac{12}{5}\pi a^5$ என நிரூபி, இங்கு s என்பது a ஆரமுள்ள கோளம் ஆகும்.

Or

(b) Find the area between the curves $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$.

$y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற வளைவுகளுக்கிடையேயான பரப்பைக் காண்க.

13. (a) Eliminate the arbitrary function from $z = f(x^2 + y^2)$.

$z = f(x^2 + y^2)$ லிருந்து தன்னிச்சையான சார்பை நீக்குக.

Or

(b) Solve the equation $p + q = x + y$.

$p + q = x + y$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

14. (a) Find $L(e^{-at}\sin bt)$.

$L(e^{-at}\sin bt)$ யின் மதிப்பைக் காணவும்.

Or

(b) If $L[f(t)]=F(s)$, then prove that $L[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$.

$L[f(t)]=F(s)$ எனில் $L[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$ என நிரூபிக்கவும்.

15. (a) Find $L^{-1}\left(\frac{s-3}{s^2+4s+13}\right)$.

$L^{-1}\left(\frac{s-3}{s^2+4s+13}\right)$ மதிப்பைக் காணவும்.

Or

(b) Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$ மதிப்பைக் காணவும்.

LIBRARY

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Prove that $v=r^n r$ is irrotational. Also find n when it is also solenoidal.

$v=r^n r$ என்பது சுழற்சியற்றது என நிரூபிக்கவும். மேலும் இது வரிச்சுருளை அமைக்குமெனில் n ன் மதிப்பைக் காண்க.

17. Evaluate $\iiint_v F\,dv$, where $F=2xzi-xj+y^2k$ and v is the volume enclosed by the cylinder $x^2+y^2=a^2$ between planes $z=0$, $z=c$.

$F=2xzi-xj+y^2k$ மற்றும் v என்பது $z=0$ மற்றும் $z=c$ என்ற தளங்களுக்கு இடையே $x^2+y^2=a^2$ எனற் உருளையை இணைக்கப்பட்ட பகுதியின் கன அளவு எனில் $\iiint_v F\,dv$ மதிப்பைக் காண்க.

18. Solve $x\frac{\partial z}{\partial x}=2x+y+3z$.

$x\frac{\partial z}{\partial x}=2x+y+3z$ யைத் தீர்க்கவும்.